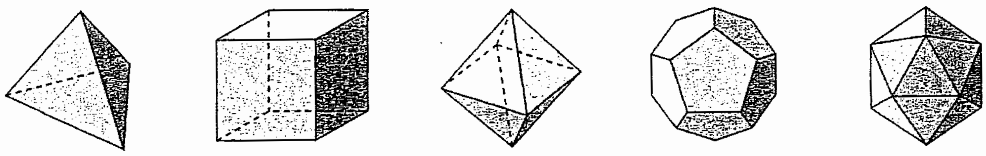
Cuerpos geométricos

Poliedros

Poliedros regulares

- Un **poliedro** es un cuerpo geométrico limitado por polígonos.
  - Las **caras** de un poliedro son los polígonos que lo limitan.
  - Las caras están unidas entre sí por **aristas.** Cada arista determina un **ángulo diedro.**
  - Los puntos comunes a tres o más caras se llaman **vértices.**
- Un poliedro es **convexo** si los segmentos que resultan de unir dos puntos cualesquiera del mismo están totalmente contenidos en el poliedro, y es **cóncavo** en caso contrario.
- Un **poliedro regular** es aquel cuyas caras son polígonos regulares iguales entre sí y en cada uno de cuyos vértices concurre el mismo número de caras. Existen solo cinco:

Tetraedro — Cubo o hexaedro — Octaedro — Dodecaedro — Icosaedro



- Todo poliedro convexo verifica la **fórmula de Euler, $C + V = A + 2$,** siendo C el número de caras, A el de aristas y V el de vértices.

Prismas y pirámides

- Un **prisma** es un poliedro que tiene dos caras iguales y paralelas, llamadas **bases**, y otras **caras laterales** que son paralelogramos y unen dichas bases. La **altura** de un prisma es la distancia entre sus bases. Un prisma es **recto** si sus caras laterales son rectángulos, y **oblicuo**, si no lo son.
- Una **pirámide** es un poliedro que tiene una cara llamada **base** y una serie de **caras laterales** que son triángulos con un vértice común, denominado **vértice de la pirámide.** La **altura** de una pirámide es la distancia del vértice a la base. Una pirámide es **recta** si su altura une el vértice con el centro de la base, y **oblicua** en caso contrario.
- Los prismas y pirámides son **regulares** cuando sus bases son polígonos regulares.
- Un **paralelepípedo** es un prisma cuyas bases son paralelogramos.
- Al cortar una pirámide por un plano paralelo a la base, se obtiene otra pirámide y un **tronco de pirámide.**

Áreas de prismas y pirámides regulares

- **Prisma regular**

$$A_L = n \cdot l \cdot h \qquad A_T = n \cdot l \cdot (h + b)$$

- **Pirámide regular**

$$A_L = \frac{n \cdot l \cdot a}{2} \qquad A_T = \frac{n \cdot l \cdot (a + b)}{2}$$

- **Tronco de pirámide regular**

$$A_L = \frac{a \cdot n \cdot (l + l')}{2} \qquad A_T = \frac{a \cdot n \cdot (l + l') + n \cdot (l \cdot b + l' \cdot b')}{2}$$

Volúmenes de prismas y pirámides

→ Ortoedro y paralelepípedo

$$V_{\text{ortoedro}} = a \cdot b \cdot c \qquad V_{\text{paralelepípedo}} = a \cdot b \cdot h$$

→ Prisma

$$V = A_{\text{base}} \cdot h$$

→ Pirámide

$$V_{\text{pirámide}} = \frac{A_{\text{base}} \cdot h}{3}$$

→ Tronco de pirámide

$$V = V_{\text{pirámide 1}} - V_{\text{pirámide 2}} = \frac{A_{B1} \cdot h_1}{3} - \frac{A_{B2} \cdot h_2}{3}$$

Cilindros y conos

→ Un **cilindro** es el cuerpo de revolución que se obtiene al hacer girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados. El lado del rectángulo que genera la superficie lateral del cilindro se llama **generatriz.** Su longitud es igual a la altura del cilindro.

→ Un **cono** se obtiene al hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. La hipotenusa del triángulo genera la superficie lateral del cono y se llama **generatriz.**

→ Un **tronco de cono** se obtiene al hacer girar un trapecio rectángulo alrededor del lado perpendicular a sus bases. El lado oblicuo del trapecio genera la superficie lateral del tronco de cono y se llama **generatriz.**

Áreas de cilindros y conos

→ Cilindro

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \qquad A_T = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (h + r)$$

→ Cono

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g \qquad A_T = \pi \cdot r \cdot (g + r)$$

→ Tronco de cono

$$A_L = \pi \cdot (R + r) \cdot g \qquad A_T = \pi \cdot (R + r) \cdot g + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2$$

Volúmenes de cilindros y conos

→ Cilindro

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

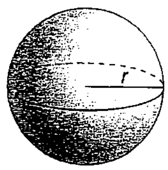
→ Cono

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

→ Tronco de cono

$$V = V_{\text{cono 1}} - V_{\text{cono 2}} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h_1}{3} - \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h_2}{3}$$

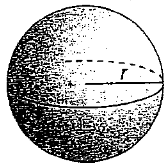
Áreas en la superficie esférica



Esfera

$$A_{\text{esfera}} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Volúmenes en la esfera



Esfera

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

FIGURAS DE VOLUMEN:

1. Calcula las áreas laterales de los siguientes cuerpos geométricos:

a) Un prisma pentagonal regular de 7cm de lado y 12cm de altura.

b) Una pirámide hexagonal regular de 9cm de lado y 11cm de apotema.

2. Calcula las áreas totales de los siguientes cuerpos geométricos:

a) Un prisma cuadrangular regular de 12cm de lado y 14cm de altura.

b) Una pirámide cuadrangular regular de 10dm de lado y 13dm de apotema

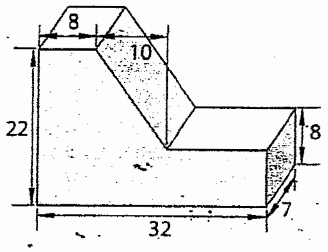
c) Un tronco de pirámide cuadrangular regular de apotema 11m y lados 12m y 8m.

3. Calcula los volúmenes de los siguientes cuerpos geométricos:

a) Un prisma cuadrangular regular de 14cm de lado y 17cm de altura.

b) Una pirámide pentagonal cuya área de la base es $123cm^2$ y 13cm de altura.

4. Calcula el área total, At, y el volumen, V, del cuerpo geométrico que se representa en la figura:



5. Calcula las áreas laterales y totales de los siguientes cuerpos de revolución:

a) Un cilindro de 11m de radio y 17m de altura.

b) Un cono de 9cm de radio y 14cm de generatriz.

c) Un cono de 5dm de radio y 12dm de altura.

d) Un tronco de cono de 15m y 11m de radio y 12m de generatriz.