

# Funciones

## Funciones y gráficas

### Correspondencias y funciones

- Una correspondencia es una relación entre dos conjuntos que asocia elementos del primero de ellos, llamado **conjunto inicial**, con elementos del segundo, denominado **conjunto final**.
- Una **correspondencia numérica** es aquella en la que tanto los elementos de los conjuntos inicial como los del final son números.
- Una **función** es una correspondencia numérica en la que a cada elemento del conjunto inicial se le asigna un único elemento, denominado **imagen**, del conjunto final.
- El conjunto inicial recibe el nombre de **dominio** de la función, y el conjunto formado por todas las imágenes, el de **recorrido** de la función.
- Los elementos del dominio se suelen representar por la letra  $x$ , llamada **variable independiente** de la función, y los del recorrido, por la letra  $y$ , denominada **variable dependiente** de la función.

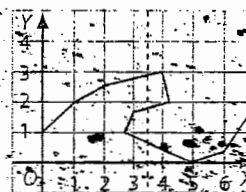
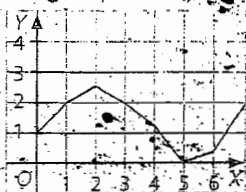
### Formas de describir funciones

- Existen distintos procedimientos para expresar funciones:
  - La **gráfica** de una función, formada por los puntos del plano cartesiano que tienen por abscisa los valores de la variable independiente y por ordenada los de la variable dependiente.
  - Agrupando en una **tabla** los valores del dominio y sus imágenes correspondientes.
  - Enunciando una **regla verbal** que, junto con el dominio de la función, indique la relación que existe entre sus variables dependiente e independiente.
  - Al traducir al lenguaje algebraico la regla verbal o la tabla de una función, se obtiene la ecuación de dicha función. La ecuación de una función es la igualdad algebraica que relaciona la variable dependiente con la variable independiente de la función.

## Estudio gráfico de funciones

### Reconocimiento gráfico de funciones

- La gráfica representa una función si a cada valor de  $x$  le corresponde un único valor de  $y$ .
- La gráfica no representa una función, si existen varios puntos que tienen la misma abscisa, pero distinta ordenada.



## **Dominio y recorrido. Intervalos**

---

- El **dominio** de una función viene dado por las abscisas de los puntos de su gráfica, y el **recorrido**, por las ordenadas.
- Se llama **intervalo cerrado** de extremos  $a$  y  $b$  al conjunto de números comprendidos entre  $a$  y  $b$ , ambos inclusive, y se representa así:  $[a, b]$

## **Propiedades de las funciones**

---

### → Crecimiento y decrecimiento

Una función puede ser **constante**, **decreciente** o **creciente** en un intervalo, según lo sea el valor de su variable dependiente en dicho intervalo.

### → Puntos extremos

Un **punto extremo** de una función es aquel en el que la variable dependiente alcanza su valor máximo o mínimo.

### → Simetrías

- Una función es **simétrica respecto del eje OY** si los valores opuestos de la variable independiente tienen la misma imagen.
- Una función es **simétrica respecto del origen de coordenadas** si los valores opuestos de la variable independiente tienen imágenes opuestas.

### → Periodicidad

Una función es **periódica** si su gráfica repite, de forma consecutiva, un mismo modelo, cuyo dominio se llama **período** de la función.

### → Continuidad

Una función es **continua** si su gráfica se puede dibujar de un solo trazo. En caso contrario, la función es **discontinua**.

**EJERCICIOS PARA ENTRENARSE**

1 Dada la función  $f(x)$  que asocia a cada número real su doble:

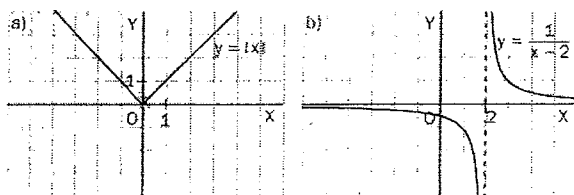
- a) Escribe la expresión de la función.
- b) Calcula  $f(1)$ ,  $f(2)$ ,  $f(3)$ .
- c) Indica cuál es su dominio y recorrido.

2 Dada la tabla:

x	0	1	2	3	4	...
y	1	3	5	7	9	...

representa estos puntos en un sistema de coordenadas y escribe la ecuación de la función que relaciona las variables  $x$  e  $y$ .

3 Escribe el dominio y el recorrido de las funciones cuyas gráficas son:

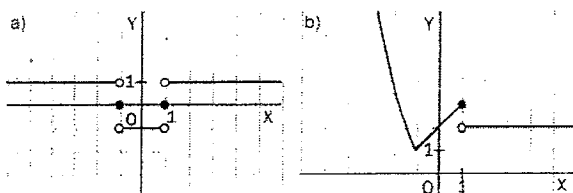


4 Halla el dominio de las funciones:

- a)  $f(x) = 2x$
- b)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$
- c)  $f(x) = x^3$
- d)  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 16}$

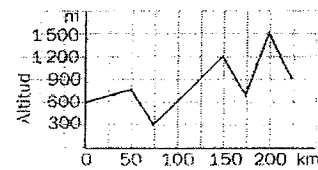
5 Halla la tasa de variación de la función  $f(x) = x^2 + 1$  en los intervalos  $[0, 3]$ ,  $[3, 5]$ ,  $[-3, -1]$ . ¿Es constante la tasa de variación?

6 Estudia la continuidad de las siguientes funciones:



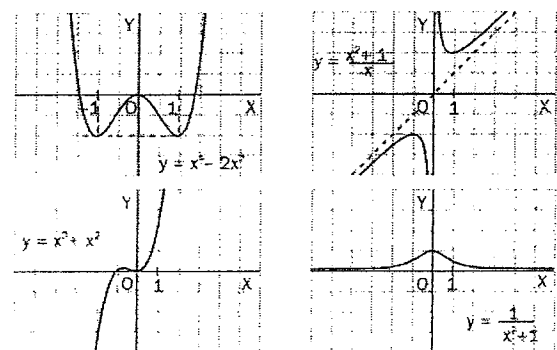
7 Dadas las funciones  $f(x) = x^2$  y  $f(x) = -x^2$ , indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos en los que hay máximos o mínimos.

8 Fijate en la siguiente gráfica y contesta:

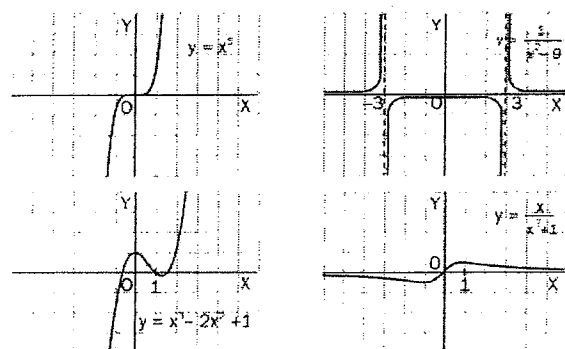


- a) ¿En qué intervalos la función es creciente o decreciente?
- b) Indica, si existen, el máximo y el mínimo absoluto.
- c) Indica, si existe, algún máximo o mínimo relativo.

9 Estudia la simetría de las siguientes funciones:



10 Estudia la simetría de las siguientes funciones:



11 Estudia cuáles de las siguientes funciones son pares o impares:

- a)  $f(x) = x^2 + 8$
- b)  $f(x) = x^3 - 5$
- c)  $f(x) = x^2 - x^2 + 1$
- d)  $f(x) = x^3 - x - 3$

**PROBLEMAS PARA APLICAR**

**12** Un estudio médico muestra cómo crece un bebé antes de nacer según el mes de gestación en que se encuentra su madre, proporcionando la siguiente tabla:

Edad (meses)	2	3	4	5	6	7	8	9
Longitud (cm)	4	8	15	24	29	34	38	42

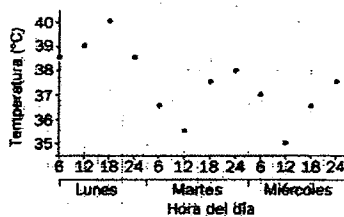
Representa la gráfica de la longitud en función de la edad.

**13** El gasto de gasolina según los kilómetros recorridos por un coche viene dado por la siguiente tabla:

Espacio: e (km)	0	50	100	150	200	250	...
Gasolina: G (litros)	0	3,5	7	10,5	14	17,5	...

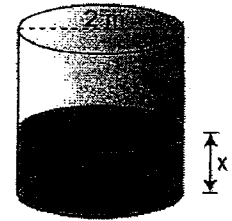
- Escribe la expresión de la función  $G(e)$ .
- Calcula  $G(300)$ ,  $G(400)$ ,  $G(450)$ .
- Representa la gráfica de la función. ¿Qué figura es?

**14** Cuando Gema estuvo enferma le tomaban la temperatura cuatro veces al día, obteniendo los puntos que presentamos en el siguiente diagrama:



- ¿Tiene sentido unir dichos puntos? ¿Es continua la función?
- ¿Qué día y a qué hora tuvo la temperatura máxima? ¿Y la mínima?
- ¿Cuáles son los intervalos en los que la fiebre crecía? ¿Y cuándo decrecía?

**15** Se quiere construir un pozo en forma cilíndrica de 2 m de diámetro. Expresa el volumen del agua que cabe en el pozo en función de su profundidad  $x$ .

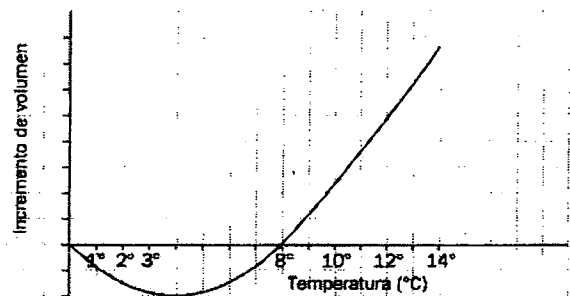


**16** Crispín quiere comprar un coche; tiene muy claro el modelo pero no sabe si comprarlo de gasolina o Diesel. El primero cuesta 1 800 000 pesetas y el segundo 2 000 000 de pesetas. El precio de la gasolina es de 120 pesetas/litro, y el del gasóleo 90 pesetas/litro. Da la función que relaciona el coste (precio del coche más precio del combustible) con el número de kilómetros para cada coche.

**17** Cada paso de una llamada telefónica cuesta 10 pesetas y cada uno de ellos dura 1 minuto. Dibuja la gráfica que indica el coste de una llamada de menos de 5 minutos. ¿En qué puntos es discontinua?

**18** Dibuja la gráfica que indica el costo de una carrera de taxi de 3 km, sabiendo que cada 300 m cuesta 50 pesetas y la bajada de bandera inicial 100 pesetas. ¿Es creciente la función? ¿Es continua la función?

**19** La siguiente figura muestra la variación del volumen del agua cuando la temperatura varía desde  $0^\circ \text{C}$ :



- ¿En qué intervalo el volumen decrece? ¿En cuál crece?
- ¿A qué temperatura el volumen del agua es mínimo?
- ¿Para qué temperaturas alcanza el mismo volumen?